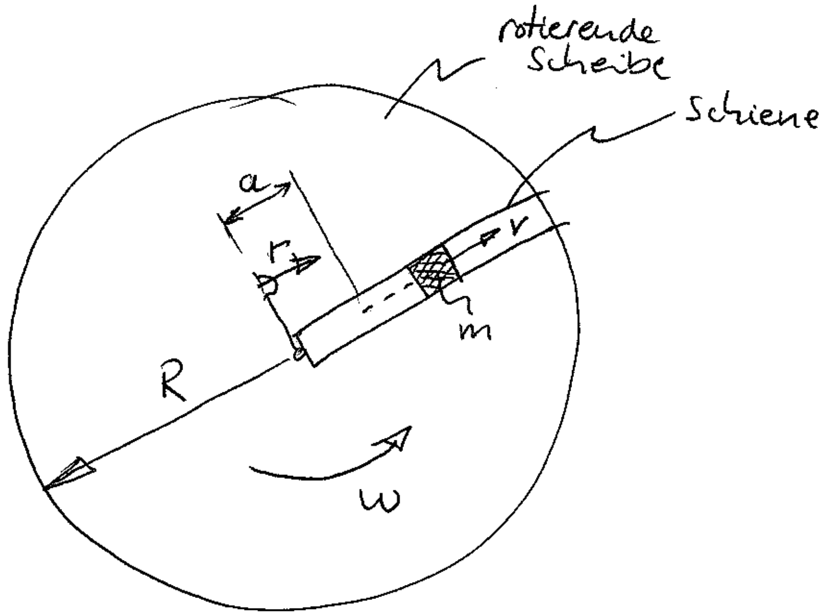
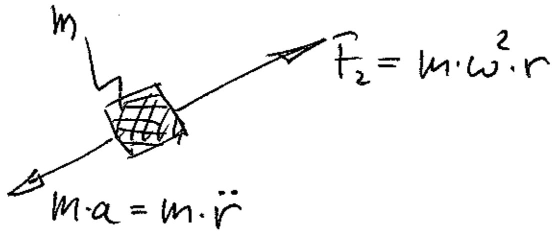
TECHNISCHE DYNAMIK I

LÖSUNG ZUR ÜBUNGSAUFGABE VOM 13.06.07

SKIZZE:



① Masse freigeschnitten:



↳ DGL: $\cancel{m} \cdot \ddot{r} = \cancel{m} \cdot \omega^2 \cdot r \rightarrow \boxed{\ddot{r} - \omega^2 \cdot r = 0}$

(homogene lineare DGL 2. Ordnung mit konst. Koeffizienten)

② Lösung durch Exponentialansatz: $r_{(t)} = e^{\lambda \cdot t}$

Charakteristische Gleichung: $\lambda^2 - \omega^2 = 0$

$\hookrightarrow \lambda_{1/2} = \pm \omega$

Allgemeine Lösung der DGL lautet damit:

$$r_{(t)} = C_1 \cdot e^{\omega t} + C_2 \cdot e^{-\omega t}$$

Mit den gegebenen Anfangswerten können die Integrationskonstanten C_1 und C_2 bestimmt werden

Anfangswerte: $r_{(0)} = a$ (siehe Skizze)

$\dot{r}_{(0)} = 0$

$\hookrightarrow r_{(0)} = a \rightarrow \underline{C_1 + C_2 = a}$

$\dot{r}_{(t)} = \omega \cdot C_1 \cdot e^{\omega t} - \omega C_2 \cdot e^{-\omega t}$

$\hookrightarrow \dot{r}_{(0)} = 0 \rightarrow \omega(C_1 - C_2) = 0 \rightarrow C_1 - C_2 = 0 \rightarrow \underline{C_2 = C_1}$

$\Longrightarrow C_1 = C_2 = \frac{1}{2} \cdot a$

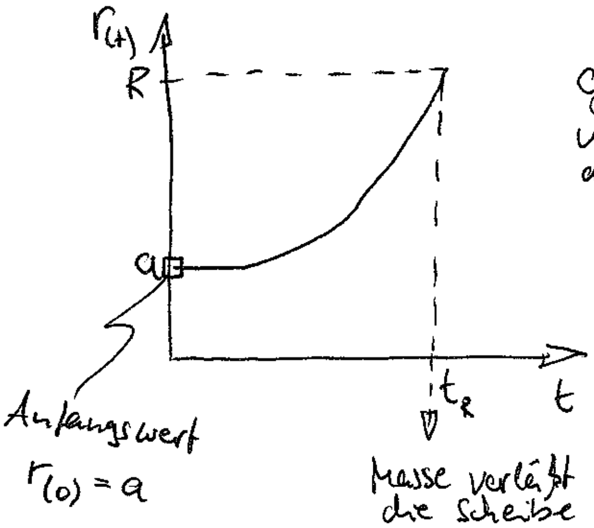
Das Weg-Zeit-Gesetz der Bewegung:

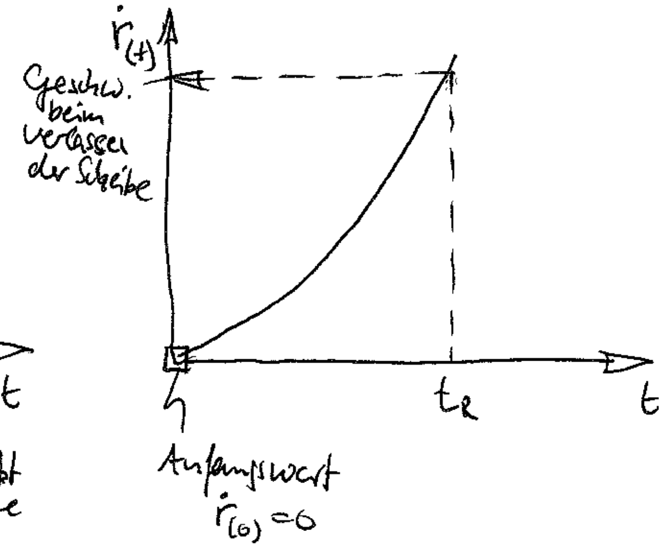
$r_{(t)} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot e^{\omega t} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot e^{-\omega t} = a \cdot \frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2}$

$\hookrightarrow \boxed{r_{(t)} = a \cdot \cosh(\omega t)}$

Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz (Differentiation nach der Zeit):

$\hookrightarrow \boxed{\dot{r}_{(t)} = a \cdot \omega \cdot \sinh(\omega t)}$





③ Bei den Anfangswerten $r_{(0)} = 0$ und $\dot{r}_{(0)} = 0$ ergeben sich C_1 und $C_2 = 0$. Erklärung: Bei $r_{(0)} = 0$ liegt die Masse auf dem Drehpunkt der Scheibe
$\hookrightarrow$ keine Zentrifugalkraft $\rightarrow$ keine Bewegung!